

文章编号 1004-924X(2009)02-0251-06

环形子孔径测试的迭代拼接算法及其实实验验证

戴一帆, 曾生跃, 陈善勇

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:在子孔径拼接和定位算法的基础上研究了环形子孔径迭代拼接算法。该算法可通过精确找出重叠点对和寻找最优位形两个步骤来简化。研究了该算法在环形子孔径拼接测量中出现的如何确定重叠点的问题,并详细介绍了该算法的步骤。最后对 160 mm 口径的抛物面进行了拼接测量实验,拼接结果的 PV 值为 0.186, RMS 值为 0.019,与自准直全口径测量结果基本一致。结果表明,环形子孔径的迭代拼接算法能够满足非球面镜的高精度测量。

关键词:环形子孔径拼接;迭代算法;非球面检测

中图分类号:TH703;TQ171.65 文献标识码:A

Iterative stitching algorithm for annular subaperture testing and its experimental verification

DAI Yi-fan, ZEN G Sheng-yue, CHEN Shan-yong

(College of Mechatronic Engineering and Automation,
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to satisfy high precision and fast optical surface measuring, an iterative algorithm for annular subaperture stitching is discussed based on the Subaperture Stitching and Localization (SASL) algorithm. The basic theory of annular subaperture stitching is introduced, which can be divided into two parts, one is how to determine the overlapping points precisely and the other is how to find optimal configuration. Then, how to determine the overlapping points in annular subaperture stitching is studied and the detailed procedure of the iterative stitching algorithm is presented. Finally, a paraboloid of 160 mm aperture is tested with Annular Subaperture Test (AST), tested results in PV value of 0.186 and RMS value of 0.019 are consistent with the auto-collimated full aperture testing. All these discussions clearly prove that the iterative annular subaperture stitching algorithm can meet the requirement for high precision testing of aspherical surfaces.

Key words: annular subaperture stitching; iterative algorithm; aspherical testing

收稿日期:2008-04-28;修订日期:2008-10-21.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 60708016);新世纪人才资助计划资助项目

1 引言

子孔径拼接测量是为满足大口径、大相对口径光学元件的发展而提出的一种有效的测量方法。该方法主要有圆形子孔径拼接和环形子孔径拼接^[1],圆形子孔径可测量的面形范围比较大,但是它的名义运动相对较多,获取测量数据所需要调节的运动也较多,相应的就可能引入更多的测量误差。环形子孔径拼接测量虽然只适用于测量回转对称的非球面,但是它可测的非球面度较大,并且测量时只有垂直于光轴方向的一维平移,因此简单易行^[2]。

环形子孔径常规的拼接算法多是基于 Zernike 多项式描述波前,该算法不需要相邻子孔径之间存在重叠区域^[3-4]。对于一般的非球面镜都需要多个环形子孔径才能实现其全口径测量,但是由于非球面上各个环带的斜率变化不一致,使得各个环形子孔径大小不相同,因此如何划分环带也存在一定的困难^[5]。针对上述困难,侯溪等提出了基于互补的子孔径数据的准确提取方法^[6-7],该方法虽能部分解决上述存在的问题,实现了子孔径的动态可视化划分,但是采用 Zernike 多项式描述波前本身就存在不足,尤其是不适合描述波面的局部不规则性^[8]。此外, Melozzi 等提出了基于离散相位值的算法^[9],该法要求各子孔径之间存在一定的重叠区域,利用重叠区域的相关信息来求解相对调整误差,再将所有的子孔径测量数据都校正到同样的参考标准下获得全口径的面形信息。但是,目前这些方法没能很好地解决如何确定重叠点对的问题。

本文在子孔径拼接与定位算法(SubAperture Sticking and Localization, SASL)的基础上^[8],研究了环形子孔径的迭代拼接算法。由于 SASL 算法考虑并最佳估计了调零与对准运动的所有自由度的不确定性,以及不同子孔径的最佳拟合球半径的不确定性,能够较好地解决上述存在的问题。为了验证该算法对于环形子孔径拼接的适用性,用其进行了一个抛物面镜的拼接测量,取得了较好的效果。

2 环形子孔径的迭代拼接算法

2.1 算法的基本原理

SASL 算法不是直接利用相位数据 $W = (u,$

$v, \phi)$ 进行拼接,而是先把所有相位数据变换到三维直角坐标系下,利用直角坐标进行拼接的。相位坐标与直角坐标的变换关系如下:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r+\phi}{r_{ts}} u \\ \frac{r+\phi}{r_{ts}} v \\ r_{ts} - \frac{r+\phi}{r_{ts}} \sqrt{r_{ts}^2 - u^2 - v^2} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中, (u, v) 表示像素坐标;

ϕ 表示像素坐标 (u, v) 上的相位差;

r 为最佳拟合球(实际最佳拟合球面)半径,通常不能准确已知;

r_{ts} 是透射球半径;

若已知最佳拟合球半径和位形后,全局坐标系下的坐标可表示为:

$$f_i W_{j,i} = g_i^{-1} \left[\frac{r_i + \phi_{j,i}}{r_{ts}} u_{j,i}, \frac{r_i + \phi_{j,i}}{r_{ts}} v_{j,i}, r_{ts} - \frac{r_i + \phi_{j,i}}{r_{ts}} \sqrt{r_{ts}^2 - u_{j,i}^2 - v_{j,i}^2} \right], \quad (2)$$

式中, $g_i \in SE(3)$, $(i = 1, \dots, s)$ 为全局坐标系相对于各子孔径 i 局部坐标系的最优位形。其中 $SE(3) = \{ \exp \left(\sum_{t=1}^6 m_t \wedge_t \right) \}$, 运动旋量 $\wedge_t = \begin{bmatrix} \wedge & v \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,

\mathbf{R}^t 为单位向量,第 t 分量为 1,其它分量为 0。

为了简化子孔径拼接问题,可以将其分两步来求解,第一步是精确找出重叠对应关系,即环形子孔径拼接的重叠计算子问题。图 1 是重叠计算子问题的三维情形,第 i 个环形子孔径的所有测量数据向名义表面投影后再向 $X - Y$ 平面投影,利用二维点集的凸壳算法可以求得该子孔径对应

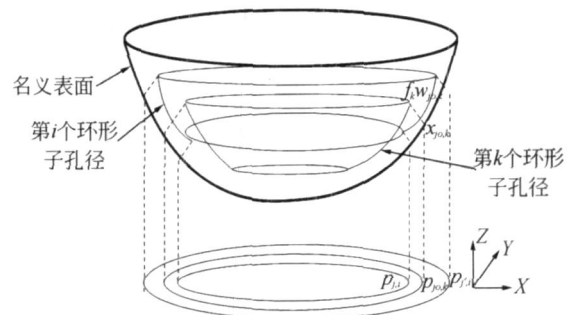


图 1 环形子孔径重叠计算的三维情形

Fig. 1 3-D condition of annular subaperture overlapping calculation

的环带区域,即图中轮廓线 $p_{j,i}$ 与 $p_{j,i}$ 所界定的环带,由于第 k 个环形子孔径上的点 $f_k w_{j_0,k}$ 的投影点 $p_{j_0,k}$ 位于该环带内,因此 $f_k w_{j_0,k}$ 点是一个重叠点。

第二步是通过最小化某个关于偏差的目标函数找出最优位形,即环形子孔径拼接的位形优化子问题。为了简化问题,本文利用了名义表面,因此同时对全口径数据相对名义表面进行最佳定位,对于算法的收敛是有益的。与 SASL 算法一样,采用双目标线性组合,即有下式:

$$\min F = \mu_1 \sigma^2 + \mu_2 \sigma_0^2, \quad (3)$$

其中, μ_1 和 μ_2 为正的权系数,满足 $\mu_1 + \mu_2 = 1$, 是各点到名义表面的有向距离的均方根值 (root-mean squares, RMS):

$$\sigma^2 = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{N_i} \langle f_i w_{j,i} - x_{j,i}, n_{j,i} \rangle^2 / N_i, \quad (4)$$

同样, σ_0 是各重叠点对之间偏差的均方根值:

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{k=i+1}^s \sum_{j_0=1}^{N_o} \langle f_i w_{j_0,i} - x_{j_0,i}, n_{j_0,i} \rangle \langle f_k w_{j_0,k} - x_{j_0,k}, n_{j_0,k} \rangle / N_o, \quad (5)$$

其中, $N_o = \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{k=i+1}^s \sum_{j_0=1}^{N_o} 1$ 为重叠点对总数。左上标 ik 表示是子孔径 k 与子孔径 i 的重叠区域。固定重叠对应关系,即保持 $\{x_{j,i}\}, \{n_{j,i}\}, \{f_i w_{j_0,i}\}$ 和 $\{f_k w_{j_0,k}\}$ 不变,求解最优半径 $\{r_i\}$ 和位形 g ,使得式(3)定义的目标函数值最小化。

2.2 环形子孔径拼接算法步骤

利用 SASL 算法进行环形子孔径拼接还有一些实际的问题需要解决,主要的就是确定重叠点的问题。在圆形子孔径拼接中,可以将子孔径 i 和子孔径 k 中的所有点投影到名义表面上,产生相应的投影点集 $\{x_{j,k}\}$ 和 $\{x_{j,i}\}$ 。对于子孔径 k ,若其投影点 $x_{j_0,k}$ 在 $X - Y$ 平面上的投影位于投影点集 $\{x_{j,i}\}$ 在 $X - Y$ 平面上的投影的凸壳内,则称子孔径 k 中点 $f_k w_{j_0,k}$ 落在重叠区内,其中下标 $j_0 \in \{1, \dots, N_k\}$ 表明是重叠点。而对于环形子孔径来说,其有效数据点是分布在一个环带上,相应地,投影点集也为一个环形区域。因而环形子孔径 k 和环形子孔径 i 在 $X - Y$ 平面上投影的凸壳都包含无效数据点,如何去掉这些无效数据点而确定有效的重叠区域是环形子孔径拼接与圆形子

孔径拼接的最大区别。在拼接算法上,本文加入了去除空数据的步骤,即在环形子孔径的重叠计算子问题求解过程中,利用三维插值函数计算重叠点对的偏差时,由于插值函数是基于 Delaunay 三角化算法的,可以自动判别空数据,当遇见有计算结果为空时就把它视为无数据点。环形子孔径拼接算法的详细步骤如下:

步骤一:

(1) 置 $l = 0$, 固定最佳拟合球半径为 $\{r_i^0\}$, 初始位形为 $\{g_i^0\}$, 求解重叠计算子问题;

(2) 计算目标函数 F^0 。

步骤二:

(1) 固定重叠对应关系,求解线性化几何参数优化子问题得 m ;

(2) 更新 $\{r_i^{l+1}\}$ 和 $\{g_i^{l+1}\}$;

(3) 固定半径为 $\{r_i^{l+1}\}$, 位形为 $\{g_i^{l+1}\}$, 求解重叠计算子问题;

(4) 去除空数据点的区域;

(5) 计算目标函数 F^{l+1} ;

(6) 若 $(1 - F^{l+1}/F^l) > \epsilon$, 令 $l = l + 1$ 返回步骤二(1); 否则退出并输出结果。

输入: 相位差数据 w ; 被测表面的设计模型 (距离函数和 $\{n_i\}$); 最佳拟合球半径的初始值 $\{r_i^0\}$; 初始位形 $\{g_i^0\}$; 终止条件 ϵ 。

输出: 最佳拟合球半径的最优值 $\{r_i^*\}$; 工件坐标系相对于子孔径局部坐标系的最优位形 $\{g_i^*\}$ 。

3 环形子孔径拼接的实验研究

为了验证上述算法的可行性,采用 Zygo GPI 移相干涉仪对一块抛物面镜进行测量。该抛物面镜的有效口径约为 160 mm, 顶点曲率半径为 640 mm, 非球面度约 $5.5 \mu\text{m}$ 。如图 2(a) 所示, 环形子孔径拼接只有垂直于光轴方向的一维名义运动, 同时辅以微调的倾斜和偏摆运动。全口径测量则是利用自准直方法, 如图 2(b)。

首先建立如图 3 所示的坐标系, 其中 C_i 为子孔径 i 的测量坐标系, 坐标系的原点在透射球的顶点处; C_M 为模型坐标系, 原点在被测表面的顶

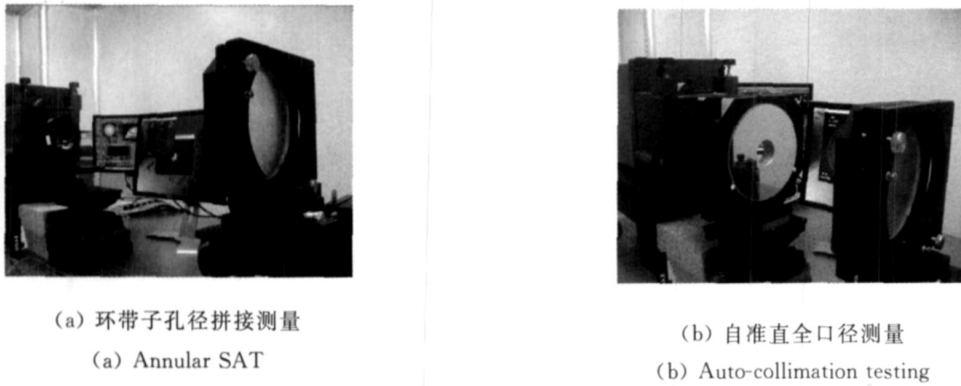


图 2 测量实验现场照片
Fig. 2 Pictures of experimental setup

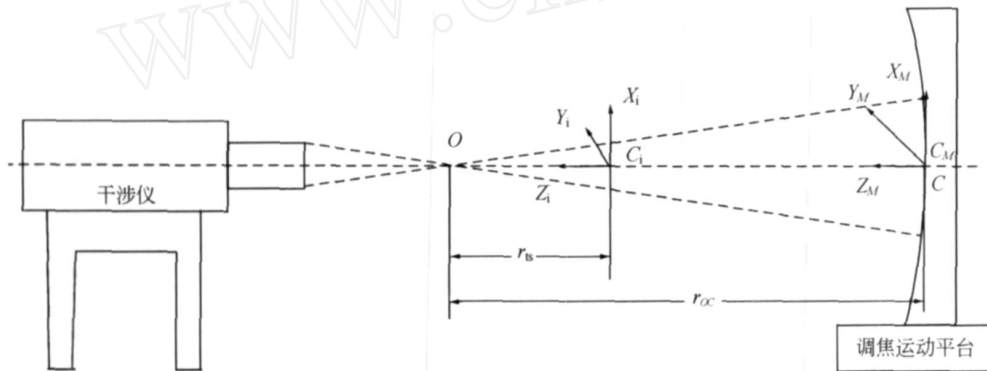


图 3 环形子孔径拼接示意图
Fig. 3 Sketch for annular subaperture stitching

点处。环形子孔径拼接算法的目的之一就是要找到每个子孔径上 C_M 相对 C_i 的位形。环形子孔径拼接的运动学机构见图 3 的参考位形说明。从干涉仪到被测面是个开链, 根据开链机器人正向运动学公式^[10], C_M 相对 C_i 的位形为:

$$g_i = g_0 \exp(\wedge_z z), \quad (6)$$

其中,

$$g_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_{ts} - r_{Oc} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \wedge_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

r_{Oc} 为焦点到被测面顶点的距离, 通常可用 r 近似, 即中心子孔径的最佳拟合球半径。

完成以上步骤后就可开始进行测量了, 测量的过程中需要记录的有相位数据和调焦运动轴的位移 z 。

图 4 是 3 个环形子孔径的原始测量数据, 对应调焦运动轴的位移分别为 $Z_1 = 0$, $Z_2 = -2.26$ mm 和 $Z_3 = -2.60$ mm。这里利用这 3 个环形子

孔径采用 Matlab 软件编制的环形子孔径拼接的程序对其进行拼接, 首先根据式(6)计算模型坐标系相对于子孔径测量坐标系的初始位形 $\{g_1^0, g_2^0, g_3^0\}$ 。

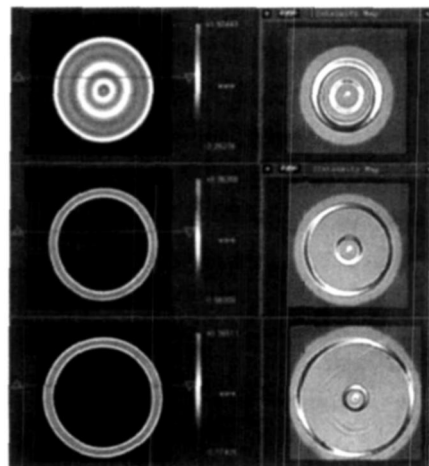


图 4 所测的 3 个环形子孔径
Fig. 4 Three annular subapertures for measuring

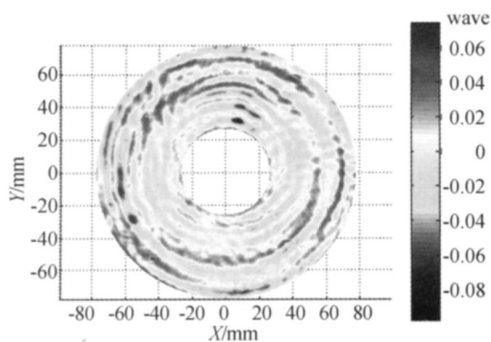
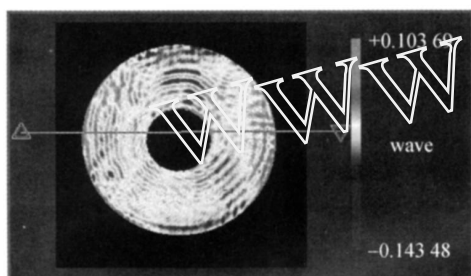
(a) 子孔径拼接测量, PV 0.186 λ , RMS 0.019 λ (a) Annular SAT, PV 0.186 λ , RMS 0.019 λ (b) 全口径测量, PV 0.247 λ , RMS 0.018 λ (b) Full-aperture, PV 0.247 λ , RMS 0.018 λ

图 5 子孔径拼接结果与全口径自准直测量结果的比较

Fig. 5 Comparison of annular SAT and full-aperture test

最终的拼接结果如图 5(a) 所示, 此时的 PV = 0.186, RMS = 0.019。采用自准直方法进行全口径测量获得的结果如图 5(b) 所示, 此时 PV = 0.247, RMS = 0.018。其中 PV 值主要受到测量噪声影响, 因而存在较大误差; 而 RMS 值对噪声更不敏感, 作为评价拼接测量结果更加合理。实验结果中两种方法得到的 RMS 值非常接近, 且误差分布上基本一致, 验证表明, 环形子孔径的迭代拼接算法是有效的。

4 结 论

本文第一次将圆形子孔径拼接的 SASL 算法思想应用于环形子孔径拼接的研究。尽管在重叠计算子问题求解时, 与圆形子孔径拼接算法有所不同, 即环带数据的凸壳可能包含无效数据点, 但是在三维插值计算重叠点对的偏差时, 可以有效解决这个问题。最后, 利用一个抛物面进行了测量实验验证, 应用迭代拼接算法将所得的环形子孔径拼接成全口径的面形, 其 PV 值为 0.186, RMS 值为 0.019, 与通过全口径测量的结果相比非常接近, 且面形误差分布基本一致, 表明算法是成功的。

参考文献:

- [1] 侯溪, 伍凡, 杨力, 等. 子孔径拼接干涉测试技术现状及发展趋势[J]. 光学与光电技术, 2005, 3(3): 50-53.
HOU X, WU F, YANG L, et al.. Status and development trend of sub-aperture stitching interferometric[J]. *Optics and Optoelectronic Technology*, 2005, 3(3): 50-53. (in Chinese)
- [2] 王孝坤, 张学军, 王丽辉, 等. 环形子孔径拼接干涉检测非球面的数学模型和仿真研究[J]. 光学精密工程, 2006, 14(4): 527-532.
WANG X K, ZHANG X J, WANG L H, et al.. Mathematical model and simulation for testing aspheric surface by annular subaperture stitching interferometry[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(4): 527-532. (in Chinese)
- [3] LIU Y M, N. LAWRENCE G N, KOLIOPOULOS

C L. Subaperture testing of aspheres with annular zones[J]. *Applied Optics*, 1988, 27(21): 4504-4513.

- [4] 李国培, 于瀛洁, 陈明仪. 误差均化的拼接技术[J]. 光学精密工程, 2001, 9(6): 561-564.
LI G P, YU Y J, CHEN M Y. Stitching technique by error averaging[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2001, 9(6): 561-564. (in Chinese)
- [5] 侯溪, 伍凡, 杨力, 等. 环形子孔径检测技术中测量数据的准确提取方法[J]. 光电工程, 2006, 33(8): 113-116.
HOU X, WU F, YANG L, et al.. Accurate data extraction method for annular subaperture stitching technique[J]. *Optoelectronic Engineering*, 2006, 33(8): 113-116. (in Chinese)
- [6] HOU X, WU F, YANG L, et al.. Experimental study on measurement of aspheric surface shape with complementary annular subaperture interfero-

- metric method[J]. *Optical Express*, 2007,15(20):12890-12899.
- [7] 侯溪,伍凡,杨力,等. 环形子孔径拼接检测大口径非球面镜的规划模型及分析[J]. *光学 精密工程*, 2006,14(2):207-212.
HOU X, WU F, YANG L, *et al.*. Layout model and analysis of annular subaperture stitching technique for testing large aspheric mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(2):207-212. (in Chinese)
- [8] 陈善勇. 非球面子孔径拼接干涉测量的几何方法研究[D]. 长沙:国防科技大学,2006.
CHEN SH Y. *Geometrical approach to subaperture stitching interferometry for aspheric surfaces*[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006. (in Chinese)
- [9] MELOZZI M, PEZZATI L, MAZZONI A. Testing aspheric surfaces using multiple annular interferograms[J]. *Optical Engineering*, 1993, 32(5):1037-1079.
- [10] MURRAY R, LI Z X, SASTRY S S, A mathematical introduction to robotics manipulation[M]. Florida: CRC Press, 1994.

作者简介:



戴一帆(1966 -),男,教授,博士生导师,主要研究方向为精密工程。E-mail: dyf@nudt.edu.cn



陈善勇(1980 -),男,讲师,主要研究方向为精密工程。E-mail: shanyongchen@tom.com



曾生跃(1981 -),男,硕士研究生,主要研究方向为光学检测。E-mail: zengshengyue1126@163.com

下期预告

紫外-真空紫外空间遥感仪器漫反射板的研究

李 博^{1,2},王淑荣¹,张振铎^{1,2},李福田¹,李明明³,李 权⁴

- (1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130022;2. 中国科学院研究生院,北京 100039;
3. 空军航空大学,吉林 长春 130022;4. 吉林省农业科学院,吉林 长春 130124)

提出了用于紫外-真空紫外遥感仪器所用铝制漫反射板物理磨砂和化学磨砂的新工艺与检测方法,并搭建主要测试装置。测试结果表明,新工艺的朗伯余弦辐射特性得到明显改善,在 0° 与 45° 入射时归一化曲线接近标准余弦曲线;300 nm处半球反射率均匀度从0.77提高到0.98;200~400 nm半球反射率平均提高33%;将其应用于紫外-真空紫外遥感仪器上进行了角度响应测试,漫反射特性明显优于美国02年发射的同类仪器 SBUV/2。